AULA
7

A álgebra nas profissões

Introdução

Nesta aula, você vai perceber que, em diversas profissões e atividades, surgem problemas que podem ser resolvidos com o auxílio da álgebra. Alguns problemas são tão freqüentes que existem fórmulas prontas para sua rápida resolução. Outros, por não serem tão freqüentes, vão necessitar de maior raciocínio e criatividade. Mas, em todos eles, você poderá perceber a força dessa nova ferramenta que é a ***álgebra***.

Nossa aula

A álgebra na medicina

Na medicina, os médicos utilizam muitas fórmulas matemáticas. Principalmente para calcular as quantidades certas de remédios que devem ser dados aos doentes e para outros cálculos. São fórmulas que não podemos entender porque não somos médicos. Mas existem algumas que são simples e úteis para todos, como esta que vamos mostrar agora.

EXEMPLO 1

Como calcular a altura de uma criança?

A altura de uma criança depende de sua idade e de muitos outros fatores. Entretanto, os médicos examinaram uma quantidade muito grande de crianças brasileiras e tiraram uma média (no exercício 1 vamos lembrar o que é isso). Essa pesquisa deu origem a uma fórmula que você mesmo pode usar para verificar o desenvolvimento dos seus filhos. A fórmula - que vale para crianças de 4 a 13 anos - é a seguinte:

$$\boxed{y = 5{,}7 \cdot x + 81{,}5}$$

Nessa fórmula:

- **x** é a idade da criança (em anos)
- **y** é a altura da criança (em centímetros)

Por exemplo, se uma criança tem 5 anos podemos calcular sua altura, substituindo o **x** da fórmula por 5.

Veja:

$$y = 5{,}7 \cdot 5 + 81{,}5$$
$$y = 28{,}5 + 81{,}5$$
$$y = 110 \text{ cm}$$

O resultado indica que, em geral, as crianças de 5 anos devem estar medindo por volta de 110 cm de altura. Em geral, como o desenvolvimento da criança depende de outros fatores, como a altura dos pais, a alimentação etc., são consideradas crianças normais as que tiverem altura até 10 cm a mais ou a menos que o valor dado pela fórmula.

Para você saber mais

Cada criança tem seu jeito de crescer. Em geral, as meninas crescem de forma muito próxima aos valores dados pela fórmula. Já os meninos crescem um pouco menos dos 10 aos 12 anos e passam a crescer mais depois dos 12 anos.

Com a fórmula que apresentamos, você pode fazer previsões Suponha que uma menina tenha 115 cm de altura aos 5 anos. Essa criança tem, portanto, 5 cm a mais que o valor dado pela fórmula. Se tudo correr normalmente, essa diferença deve se manter (ou até aumentar um pouco) ao longo dos anos. Assim, se você quiser saber que altura ela terá aos 10 anos, aplique a fórmula e acrescente esses 5 centímetros.

A álgebra em uma pequena empresa

Mesmo em pequenas empresas surgem freqüentemente problemas relacionados com a produção, com os custos, com os investimentos, com a divisão dos lucros etc. Vamos mostrar um deles e sua solução, com o auxílio da álgebra.

EXEMPLO 2

Como fazer uma divisão proporcional?

Em uma confecção trabalham 16 costureiras, 2 supervisoras e 1 diretora. Cada supervisora ganha 25% a mais que uma costureira, e a diretora ganha 50% a mais que uma costureira. Todos os meses, uma pequena parte do faturamento é colocada numa poupança para ser distribuída no fim do ano. É a "caixinha do Natal". Pois bem, no fim do ano, essa poupança tinha R$ 1.440,00. Como deveremos fazer a distribuição dessa caixinha mantendo-se a mesma proporção dos salários?

Temos aqui uma excelente oportunidade para usarmos a álgebra. Como já vimos nas aulas anteriores, é preciso escolher o significado da nossa ***incógnita***.

Vamos então representar com a letra **x** a quantia que cada costureira deverá receber.

Cada supervisora ganha 25% a mais que uma costureira. Portanto, cada uma receberá:

$$x + 25\,\%\ \text{de}\ x = x + \frac{25}{100}\cdot x$$
$$= x + 0{,}25 \cdot x$$
$$= (1 + 0{,}25)\ x$$
$$= 1{,}25\,x$$

A diretora ganha 50 % a mais que uma costureira. Portanto, ela receberá:

$$x + 50\,\%\ \text{de}\ x = x + \frac{50}{100}\cdot x$$
$$= x + 0{,}5 \cdot x$$
$$= (1 + 0{,}5)\ x$$
$$= 1{,}5\,x$$

Veja, então, o resumo no quadro abaixo.

16 costureiras	$\rightarrow$	$16 \cdot x$
2 supervisoras	$\rightarrow$	$2 \cdot 1{,}25 \cdot x$
1 diretora	$\rightarrow$	$1{,}5 \cdot x$

Vamos somar tudo e igualar o resultado ao total da poupança:

$$16 \cdot x + 2 \cdot 1{,}25 \cdot x + 1{,}5x = 1440$$

Para encontrar o valor de **x** basta, então, resolver essa equação. Observe:

$$16x + 2{,}5x + 1{,}5x = 1440$$
$$(16 + 2{,}5 + 1{,}5)\,x = 1440 \quad (\textbf{x}\ \text{em evidência})$$
$$20x = 1440$$
$$\frac{20x}{20} = \frac{1440}{20} \quad (\text{dividindo por } 20)$$
$$x = 72$$

Portanto, cada costureira deverá receber R$ 72,00. O resto é fácil.

$$1{,}25 \cdot x = 1{,}25 \cdot 72 = 90$$
$$1{,}5 \cdot x = 1{,}5 \cdot 72 = 108$$

Assim, cada supervisora deverá receber R$ 90,00 e a diretora, R$ 108,00. Foi feita então a ***divisão proporcional*** da caixinha do Natal.

A álgebra na carpintaria

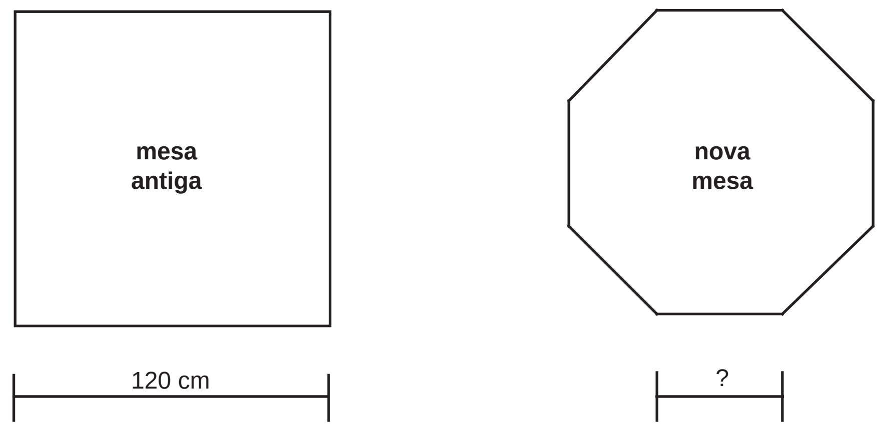
Será que a álgebra tem vez em uma simples carpintaria?
Tem sim. Existem problemas que o marceneiro pode resolver de forma muito eficiente com auxílio da álgebra. Vamos ver um deles.

EXEMPLO 3

O corte está no lugar certo?

Certo dia, um marceneiro recebeu a seguinte tarefa: cortar os cantos de uma mesa quadrada, que tinha 120 cm de lado, para transformá-la em uma outra com ***8 lados iguais***.

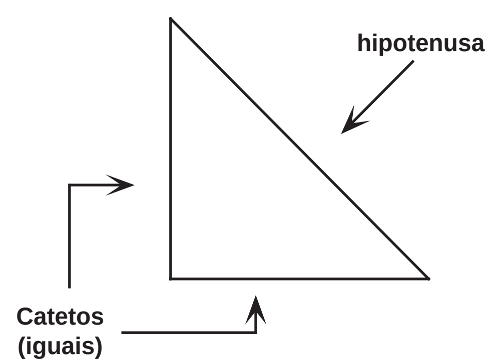
Observe, nas figuras abaixo, o problema do marceneiro.



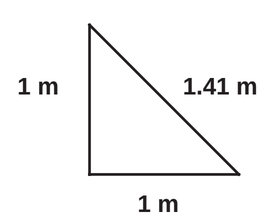
Repare que o problema de transformar a mesa quadrada em outra, com 8 lados iguais, não é um problema fácil. Os cortes precisam ser feitos em lugares certos. Se não, o marceneiro corre o risco de estragar a mesa. Como fazer, então, os cortes perfeitos?

Acompanhe o raciocínio do marceneiro e, mais uma vez, a utilidade da álgebra.

As partes que serão eliminadas da mesa quadrada são triângulos retângulos com dois lados iguais. Eles se chamam ***catetos***. O lado maior, onde será feito o corte, chama-se ***hipotenusa***.



Para observar direito esse triângulo, ele fez um desenho grande de um triângulo desse tipo, com catetos de 1 m de comprimento, e mediu a hipotenusa.

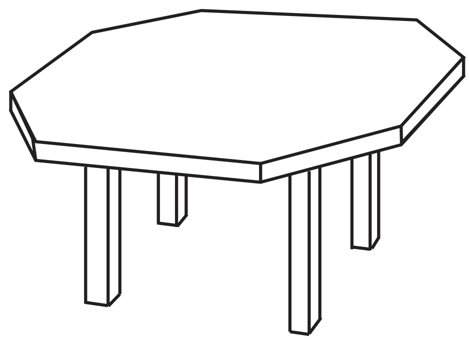


O valor que ele encontrou para a hipotenusa foi ***1 metro e 41 centímetros*** (este valor não é exato, porém é bem aproximado).

O marceneiro sabia que, para aumentar ou diminuir o tamanho de uma figura, mantendo sua forma, basta multiplicar ***todos*** os comprimentos dessa figura por um mesmo número. Por exemplo, um triângulo 10 vezes maior que o da figura que o marceneiro fez terá lados de 10 m, 10 m e 14,1 m.

Ele, então, raciocinou corretamente colocando a letra **x** como a medida dos catetos dos triângulos que serão retirados. Assim, a medida da hipotenusa desses triângulos será **1,41x**.

Veja como ficou o projeto da nova mesa.



Na mesa de 8 lados, todos eles devem ser iguais. Portanto, a medida de cada um deles será 1,41x.

Agora, basta somar os comprimentos sobre um lado do quadrado antigo.

$$\mathbf{x + 1{,}41x + x = 120}$$

Agora, vamos envolver essa equação.

$$\mathbf{2x + 1{,}41x = 120}$$

$$\mathbf{3{,}41x = 120}$$

$$\mathbf{\frac{3{,}41x}{3{,}41} = \frac{120}{3{,}41}}$$

$$\mathbf{x = 35{,}19}$$

Concluímos, então, que cada cateto dos triângulos que serão retirados mede, aproximadamente, 35,2 cm. O problema está resolvido. A partir de cada canto da mesa, o marceneiro vai medir comprimentos de 35,2 cm, e passar a serra nas hipotenusas dos triângulos formados.

A mesa ficará com 8 lados iguais. E qual será a medida de cada lado da nova mesa?

Cada lado da nova mesa mede 1,41x, ou seja, $1{,}41 \cdot 35{,}2$, o que dá 49,6 cm. Quase 50 cm de lado.

Como você percebeu, a álgebra foi utilizada para resolver problemas muito diferentes. Mas não se esqueça: ela é apenas uma ferramenta. O mais importante é sempre o raciocínio.
A habilidade de resolver problemas se desenvolve aos poucos. Com a prática. Com persistência.

Exercícios

Tente resolver os exercícios desta aula. Se você não conseguir, deixe passar alguns dias e tente de novo. Exercitar o pensamento desenvolve a nossa mente e faz com que os problemas, com o passar do tempo, pareçam mais fáceis.

Exercício 1

Um pediatra anotou as alturas das meninas de 8 anos que foram ao seu consultório em determinada semana:

125 cm, 128 cm, 130 cm, 123 cm, 132 cm e 126 cm

a) Qual a altura média dessas crianças?
b) Qual o valor fornecido pela fórmula das alturas das crianças?

Observação: A média de vários números é igual à soma desses números dividida pela quantidade de números dados.

Exercício 2

Uma construtora encomendou tábuas de pinho a 4 fornecedores diferentes. O primeiro entregou tábuas com 225 cm de comprimento; o segundo com 236 cm, o terceiro com 230 cm e o quarto com ..... cm. O mestre de obras calculou que a média dos comprimentos das tábuas era de 231 cm. Qual foi o comprimento das tábuas entregues pelo quarto fornecedor?

Sugestão: Represente por **x** o comprimento das tábuas do quarto fornecedor e calcule a média dos quatro comprimentos.

Exercício 3

Você certamente já reparou que os calçados são medidos por números: 35, 36 e 37 para as mulheres e 39, 40 e 41 para a maioria dos homens. Mas, existem, é claro, pés maiores.

O número do sapato depende do comprimento do pé, e a fórmula para calcular o número do calçado é a seguinte:

$$\boxed{N = \frac{5c + 28}{4}}$$

onde:
N é o número do sapato
c é o comprimento do pé, em centímetros

a) Que número calça uma pessoa cujo pé mede 24 cm?

b) Qual é o comprimento do pé de um jogador de basquete que calça 45?

Exercício 4

Na Europa, existem empresas em que o salário mais alto é, no máximo, 4 vezes o salário mais baixo. Vamos imaginar uma empresa dessas e considerar que ela seja formada por operários, técnicos, engenheiros e diretores. Cada técnico ganha o dobro de um operário. Cada engenheiro ganha o triplo de um operário e cada diretor ganha o quádruplo de um operário.

Sabe-se que nessa empresa trabalham 80 operários, 20 técnicos, 4 engenheiros e 2 diretores. Se a folha de pagamento dos salários é de R$ 74.200,00, pergunta-se:

a) Quanto ganha cada operário?
b) Quanto ganha cada diretor?

Sugestão: Represente o salário de cada operário por **x** e complete o quadro abaixo:

1 operário ganha **x**	80 operários ganham ....
1 técnico ganha	20 técnicos ganham ....
1 engenheiro ganha	4 engenheiros ganham ....
1 diretor ganha	2 diretores ganham ....

Tente descobrir a equação que resolve o problema.

Exercício 5

A cantina de uma escola fez um refresco para as crianças, diluindo 1 litro de suco concentrado de laranja em 9 litros de água. Foram produzidos 10 litros de refresco, no qual 10 % do total é de suco concentrado e 90 % é de água. Como o refresco não ficou bom, resolveu-se acrescentar mais suco concentrado até que o total ficasse com 20 % de suco concentrado.
Pergunta-se: Que quantidade de suco concentrado deve ser adicionada ao refresco?

Sugestão: Observe o quadro abaixo.

	LITROS DE SUCO CONCENTRADO	LITROS DE ÁGUA	TOTAL DE REFRESCO
1º REFRESCO	1	9	10
2º REFRESCO	1 + x	9	10 + x

Agora escreva uma equação que represente o seguinte:

Suco concentrado = 20% do total do refresco